

Question 1

20 (=3+12+5) points

- (1) Exposer l'*idée* de l'algorithme de *tri rapide*.
- (2) Donner une *solution récursive* de cet algorithme.
- (3) On trie la liste `lbListe:=('B' , 'E' , 'A' , 'D' , 'C')` à l'aide de la procédure précédente. Quels *changements* cette liste subit-elle au cours de l'exécution ?
N.B. On ne demande pas l'évolution des *autres variables* au cours de l'exécution !

Question 2

40 points

On rappelle la *méthode des trapèzes* permettant de calculer une valeur approchée de l'*intégrale définie* d'une fonction continue f sur un intervalle $[a, b]$ donné :

$$\int_a^b f(x) dx \cong h \left(\frac{f(a) + f(b)}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} f(a + i \cdot h) \right) \quad (*)$$

où n est le nombre de sous-intervalles de $[a, b]$ et $h = \frac{b-a}{n}$ est la longueur de chaque sous-intervalle.

Le but de cette partie est de créer une application Delphi avec une interface conviviale (**8 pts**) qui applique cette formule dans le cas d'une *fraction rationnelle* :

$$f(x) = \frac{p(x)}{q(x)},$$

où p et q sont des polynômes à *coefficients réels*.

L'utilisateur entrera par l'intermédiaire de deux *boîtes d'édition* les *coefficients réels* des polynômes p et q dans deux listes **lbP** et **lbQ**, suivant les puissances croissantes de la variable (**4 pts**). Le formulaire comportera également deux boutons permettant de vider les listes **lbP** et **lbQ** (**2 pts**). L'utilisateur entrera également dans des boîtes d'édition les bornes d'intégration a et b ainsi que le nombre de sous-intervalles n (valeur par défaut : 1000).

Le programme déterminera à l'aide d'une fonction **TestRacine** (détails : voir ci-dessous) si le dénominateur $q(x)$ a une racine dans l'intervalle $[a, b]$; dans ce cas le programme affichera un message d'erreur (**2 pts**). Sinon il calculera une valeur approchée de

$$\int_a^b \frac{p(x)}{q(x)} dx$$

au moyen de la formule (*). (**8 pts**)

Le programme comportera obligatoirement :

- une fonction **Horner**, qui permet d'évaluer un polynôme en un réel donné par le schéma de Horner (**5 pts**) ;
- une fonction **Frac** qui permet d'évaluer la fraction rationnelle $\frac{p}{q}$ en un réel donné. (**3 pts**) ;
- une fonction booléenne **TestRacine** qui teste si un polynôme possède une racine réelle entre deux réels a et b donnés. (On *ne demande pas* de calculer cette racine ! Préciser les limitations éventuelles de votre algorithme.) (**8 pts**)