

Partie théorique (30 points - 45 min)

Question 1

10 (=6+4) points

- (1) Ecrire la fonction récursive **puissRapid** qui calcule de manière rapide x^n , où x est un *nombre réel* et n est un entier *positif* ou *négatif*. On demande d'indiquer tous les cas où la fonction retourne un résultat faux.
- (2) En précisant toutes les étapes, montrer comment cette fonction calcule $(-0,02)^{-4}$.

Question 2

7 (=3+4) points

- (1) Ecrire la fonction **factorielle** qui calcule *récurivement* $n!$ pour un *entier naturel* n donné. (On rappelle que par convention : $0! = 1! = 1$)
- (2) En déduire la fonction **binomial** qui prend en entrée deux entiers n et p et qui retourne le coefficient binomial C_n^p (c.-à-d. le nombre de combinaisons de n objets pris p à p). On rappelle que :

$$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}, \text{ si } 0 \leq p \leq n \text{ et } n \geq 0$$

La fonction **binomial** doit retourner 0 si l'une (au moins) des conditions d'existence de cette définition n'est pas vérifiée.

Question 3

13 (=3+9+1) points

On donne la procédure suivante d'une application en console :

```

procedure bubble(var s:string;d:integer);
var i:integer;
begin
  if d>1 then
    begin
      for i:=1 to d-1 do
        if s[i]>s[i+1] then
          begin
            echange(s,i,i+1);
            writeln(s)
          end;
        bubble(s,d-1)
      end;
    end;
end;

```

- (1) Ecrire la procédure **echange** qui apparaît dans la procédure **bubble** et qui permet d'échanger les caractères d'indices i et j donnés d'un string s .
- (2) On veut exécuter la procédure bubble avec $s := \text{'mathe'}$ et $d := 5$.
 - a) Ecrire l'appel correspondant.
 - b) Reproduire l'écran de sortie généré par cet appel.
- (3) On enlève maintenant la ligne contenant writeln de la procédure **bubble** et on définit un string $t := \text{'dcbaaaa'}$. Ecrire une seule instruction qui permet de transformer ce string en $t := \text{'abcdaaa'}$ à l'aide de la procédure.

Partie pratique : Courbes de Lissajous (30 points - 75 min)

Le but de cette partie est de représenter graphiquement les courbes de Lissajous définies par leurs équations paramétriques :

$$\begin{cases} x(t) = \sin(p \cdot t) \\ y(t) = \sin(q \cdot t + \varphi) \end{cases} \quad \text{avec } 0 \leq t \leq 2\pi$$

où p et q sont deux entiers et φ (phi) est un réel dans $[0, 2\pi]$, appelé le déphasage.

Remarques : a) Comme $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$, les coordonnées réelles varieront toujours entre $x_{\min} = y_{\min} = -1$ et $x_{\max} = y_{\max} = 1$. b) On recommande d'utiliser des variables globales pour stocker les valeurs de p , q , φ , ... au choix du candidat.

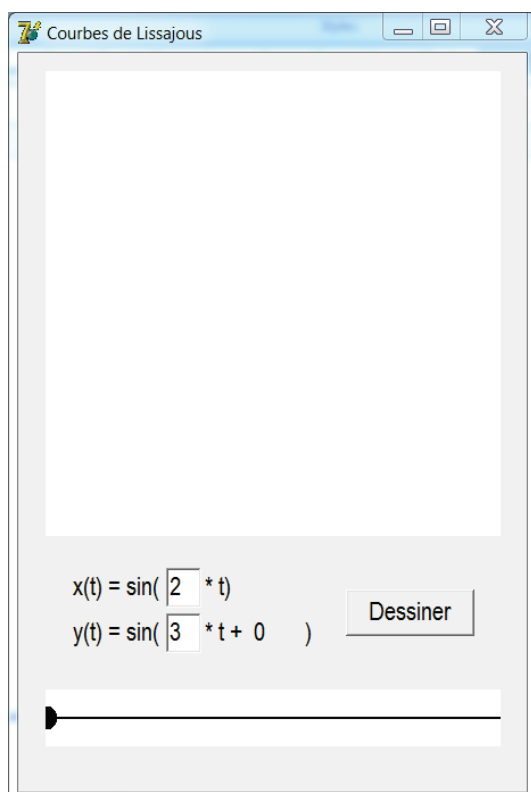


fig. 1 (au démarrage du programme)

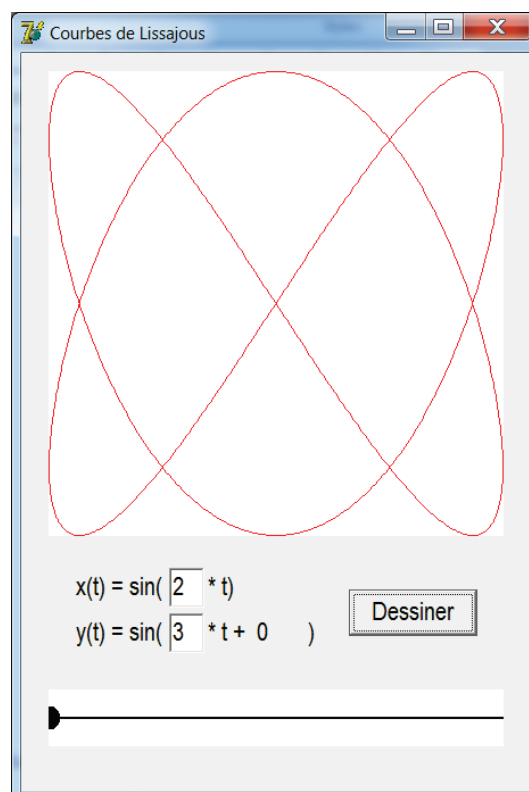


fig.2 (après un clic sur Dessiner)

- Créer l'interface graphique de la figure 1 comportant un bouton **btnDessiner** et deux images : **imgDessin**, carrée (c.-à-d. de largeur et de hauteur égales), qui contiendra le graphique et **imgSlider** qui contiendra un curseur pour faire varier le paramètre φ . L'utilisateur pourra écrire les paramètres p et q dans deux boîtes d'éditeurs **edtP** et **edtQ** (valeurs par défaut 2 et 3 respectivement). Le paramètre φ se trouve dans un label **lblPhi** (valeur par défaut 0). Sa valeur pourra uniquement être modifiée en cliquant ou en déplaçant la souris sur l'image **imgSlider** (cf. question 6). (4 points)
- Ecrire la procédure **dessinerCurseur** qui prend en entrée deux paramètres : l'image **imgSlider** et un réel **phi**, et qui a) efface l'image **imgSlider** puis b) y dessine le curseur (un disque noir de rayon 10 pixels sur un segment de droite d'épaisseur 2 pixels traversant l'image au milieu, de gauche à droite) à l'endroit déterminé par le réel **phi** : **phi** peut varier entre 0 (auquel cas le centre du disque se trouve à l'extrême gauche de l'image, cf. fig. 1), et 2π (auquel cas il se trouve à l'extrême droite de l'image). (7 points)

- (3) Ecrire la méthode appelée par l'événement **OnCreate** du formulaire. Cette procédure permettra d'initialiser éventuellement certaines variables globales, fera apparaître en blanc le canevas de **imgDessin**, et appellera la procédure **dessinerCurseur** pour représenter le curseur sur l'image **imgSlider** à la position $\varphi = 0$. (voir *fig. 1*). (2 points)
- (4) Ecrire une procédure **dessinerLissajous** qui prend en entrée 4 paramètres : l'image **imgDessin**, deux entiers **p** et **q** et un réel **phi**, et qui a) efface l'image **imgDessin** puis b) y dessine en rouge la courbe de Lissajous avec les paramètres **p**, **q** et **phi**. Pour cela on fera varier le temps t de 0 à 2π en 1000 pas :

$$t_n = 2\pi n / 1000, \text{ avec } 0 \leq n \leq 1000$$

Pour chaque t_n on calculera les coordonnées réelles $x(t_n)$ et $y(t_n)$, on transformera ces coordonnées réelles en pixels en tenant compte de la *remarque a)* et on reliera les points correspondants sur le graphique par des segments de droite. (8 points)

- (5) Un clic sur le bouton **Dessiner** lira les valeurs des paramètres p , q et φ dans les boîtes d'édition et le label correspondants et appellera la procédure **dessinerLissajous** pour dessiner la courbe de Lissajous correspondante. (2 points)
- (6) Ecrire les procédures relatives aux événements **MouseDown** et **MouseMove** de l'image **imgSlider** : a) Lorsque l'utilisateur clique avec le bouton gauche sur cette image, le curseur (c.-à-d. le disque noir) viendra se placer à l'abscisse de la position de la souris, la valeur du paramètre **phi** sera calculée en fonction de cette position du curseur, le label **lblPhi** sera actualisé et la nouvelle courbe de Lissajous avec les paramètres p , q et φ sera dessinée sur **imgDessin** (cf. *fig. 3*). b) Exactement la même chose devra se produire continuellement lorsque la souris se déplacera sur l'image **imgSlider** avec le bouton gauche enfoncé. (7 points)

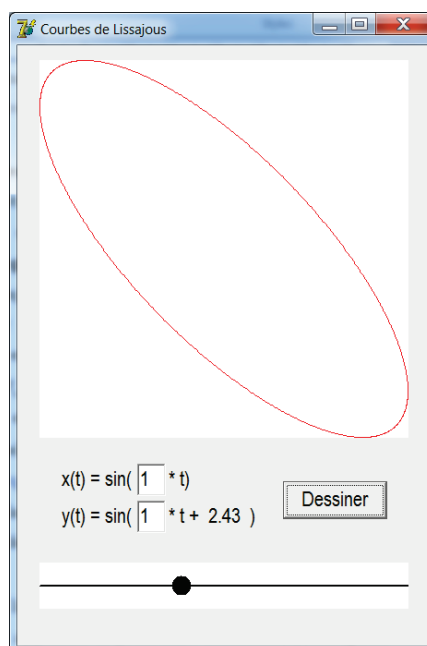


figure 3